

9. Хакен Г. Информация и самоорганизация: Макроскопический подход к сложным системам [Текст] / Г. Хакен; пер. с англ. И. Иванова. - М.: Мир, 1991.-240с.

10. Юдин Э.Г. Системный подход и принцип деятельности. [Текст] / Э.Г. Юдин - М.: Наука, 1978. - 303 с.

УДК 514.18:512.7:004.925.8

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕУГОЛЬНЫХ МАТРИЦ

БАБИЧ В. Н.¹, СИРАЗУТДИНОВА Н. Б.¹, ФРОЛОВ А. П.¹, ШАНГИНА Е. И.¹

¹ФГБОУ ВО «Уральский государственный горный университет»

Аннотация. Геометрическое моделирование треугольных матриц является продолжением статьи «Геометрическое моделирование алгебраических объектов» и также посвящена проблеме установления связей между двумя разделами математики – одним из самых наглядных – начертательной геометрией и одним из самых абстрактных – алгеброй. Здесь методы начертательной геометрии применяются для построения моделей некоторых групп и алгебр. Во многих методах начертательной геометрии имеется возможность перенесения на некоторое множество Γ точек/прямых/плоскостей и т. п. отображаемого пространства структуры той или иной группы преобразований. При этом множество Γ превращается в группу, изоморфную этой группе, т. е. в множестве Γ появляются произведения единица/обратные элементы/подгруппы/смежные классы/факторгруппы и т.п. – образы соответствующих объектов из Γ , и всем этим отвлеченным алгебраическим понятиям оказывается возможным дать наглядное геометрическое представление.

Ключевые слова: матрица, векторное пространство, аффинная плоскость, центроаффинное преобразование, автоморфизм, изоморфизм, проективная плоскость, преобразование подобия, отображение, биекция, абсолют, гомология, гомотетия, сдвиг, бифлаговая геометрия, факторгруппа X_I .

THE GEOMETRIC MODELING OF TRIANGULAR MATRICES

BABICH VLADIMIR NIKOLAEVICH¹, SIRAZUTDINOVA NATALYA BORISOVNA¹,
FROLOV ALEXANDER PETROVICH¹, SHANGINA ELENA IGOREVNA¹

¹Ural state mining University

Abstract. Geometric modeling of triangular matrices is a continuation of the article "Geometric Modeling of Algebraic Objects" and is also devoted to the problem of establishing connections between two sections of mathematics - one of the most visible - by drawing geometry and one of the most abstract - by algebra. Here, pattern geometry methods are used to construct models of some groups and algebras. In many pattern geometry methods, it is possible to transfer to some set of \mathbf{G} points/straight/planes, and so on, the displayed structure space of a transformation group. The set \mathbf{G} is converted into a group isomorphic to this group, that is, in the set \mathbf{G} there appear the unit/inverse elements/subgroups/adjacent classes/factor groups, etc. - images of corresponding objects from \mathbf{G} , and all these distracted algebraic concepts it is possible to give a visual geometric representation.

Keywords: matrix, vector space, affine plane, centroaffine transformation, automorphism, isomorphism, projective plane, similarity transformation, mapping, biection, absolute, homology, homothesia, shear, biflag geometry, factor group X_I .

В геометрии треугольных матриц и псевдоевклидовой геометрии матрицы $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ 0 & x_3 \end{pmatrix}$ с вещественными элементами, называемые верхними треугольными матрицами, описывают преобразования центроаффинной плоскости $\{U_1, U_2\}$. Определения встречающихся в них алгебраических терминов можно найти, например, [1, 2, 3, 4]. При $x_1,$

$x_3 \neq 0$ эти преобразования (автоморфизмы соответствующего двумерного векторного пространства) сохраняют кроме начала $u_1 = u_2 = 0$ прямую $u_2 = 0$ и образуют группу, которую мы обозначим γ . Изоморфную ей группу невырожденных треугольных матриц обозначим Q (матрицы умножаются по обычному правилу «строка на столбец»).

Переходя от аффинной плоскости $\{u_1, u_2\}$ к проективной плоскости $\{U_1, U_2, U_3\}$, где как обычно $U_1/U_2 = u_1$, $U_2/U_3 = u_2$, можно с помощью абсолюта, неподвижного при преобразованиях из γ - прямых $U_2 = 0$, $U_3 = 0$ и точек $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 0)$ – ввести на этой плоскости метрику, превратив ее в так называемую бифлаговую плоскость. Таким образом, группа γ есть группа бифлаговой плоскости.

Можно также рассматривать ее как подгруппу подобий псевдоевклидовой плоскости с абсолютом $(0, 0, 1)$, $(1, 0, 0)$ и $U_2 = 0$, оставляющих на месте изотропную прямую $U_3 = 0$, или как подгруппу таких преобразований ко псевдоевклидовой плоскости с абсолютом $U_2 = 0$, $U_3 = 0$, $(1, 0, 0)$, при которых остается неподвижной несобственная точка $(0, 0, 1)$.

Все верхние треугольные матрицы второго порядка вместе с вырожденными относительно операций сложения и умножения матриц и умножения матриц на числа образуют алгебру T – подалгебру полной алгебры 2×2 – матриц.

Отображение φ сопоставляющее матрице $X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ 0 & x_3 \end{pmatrix}$.

Из T точку $\xi(x_1, x_2, x_3)$ трехмерного центроаффинного (вектор трехмерного векторного) пространства A_3 . Матрицы из Q (или автоморфизмы из T) изображаются в A_3 теми точками, которые не лежат в плоскостях $x_1 = 0$ и $x_3 = 0$. Множество этих точек обозначим индексом Γ . Отображение φ биективно и переносит в A_3 структуру алгебры T , а в Γ – структуру группы Q (или γ).

При отображении $\begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ x_4 & x_3 \end{pmatrix} \rightarrow (x_1, x_2, x_3, x_4)$ полных 2×2 матриц в точки четырехмерного пространства A_4 вырожденные матрицы изображаются точками гиперконуса $x_1x_3 - x_2x_4 = 0$ второго порядка с вершиной в точке $(0, 0, 0, 0)$ и двумя сериями 2 – плоских образующих; в связи с этим в A_4 возникает метрика псевдоевклидова пространства 2R_4 , абсолютом которого служит линейная квадратика - след гиперконуса в несобственной гиперплоскости. Гиперплоскости пространства 2R_4 являются псевдоевклидовыми или псевдоизотропными пространствами соответственно тому пересекают ли абсолют по невырожденной конике или по паре прямых.

Пространство $A_3(x_4 = 0)$ пересекает гиперконус $x_1x_3 - x_2x_4 = 0$ по паре плоскостей $x_4 = x_1 = 0$, $x_4 = x_3 = 0$, а абсолют пространства 2R_4 – по паре прямых. Таким образом, A_3 превращается в псевдоизотропное пространство 1J_3 , абсолютом которого служат несобственные прямые плоскостей $x_1 = 0$, $x_3 = 0$. Прямые пространства 1J_3 проходящие через точку пересечения абсолютных прямых, называют сильно изотропными, а остальные прямые, пересекающие абсолютные прямые – слабо изотропными. Плоскости, инцидентные абсолютным прямым, называют сильно изотропными, а плоскости, инцидентные точке их пересечения – слабо изотропными; в слабо изотропных плоскостях имеет место флаговая геометрия, а внеизотропных плоскостях – псевдоевклидова геометрия. В этой терминологии Γ есть 1J_3 без пары сильно изотропных плоскостей 1–го и 2–го семейства.

Умножение. Пусть $A = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ 0 & \alpha_3 \end{pmatrix}$ - фиксированная матрица, $X = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 \\ 0 & x_3 \end{pmatrix}$ - переменная матрица из T , и пусть A_L – умножение всех матриц из T на матрицу A слева, т. е. отображение $X \rightarrow AX$. Отображение φ переводит A_L в эндоморфизм α : $x'_1 = \alpha_1 x_1$,

$x'_2 = \alpha_1 x_2 + \alpha_2 x_3$, $x'_3 = \alpha_3 x_3$ векторного пространства A_3 с матрицей $\begin{pmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 & \alpha_2 \\ 0 & 0 & \alpha_3 \end{pmatrix}$

Произведением точки $\xi = \varphi(X)$ на точку $\alpha = \varphi(A)$ слева является образ точки ξ при эндоморфизме $\alpha_{\text{л}}$: $\alpha\xi = \alpha_{\text{л}}(\xi)$. Эндоморфизм $\alpha_{\text{л}}$ переводит точку 1 (1, 0, 1), изображающую единичную матрицу, в точку α (a_1, a_2, a_3), изображающую матрицу A , и однозначно определяется заданием точки α .

Если альфа принадлежит множеству Γ , то $\alpha_{\text{л}}$ - автоморфизм, сохраняющий плоскости $x_1=0$ и $x_3=0$, и следовательно, сохраняющий Γ . Мы будем называть его левым сдвигом пространства Γ , порожденным точкой $\alpha \in \Gamma$, поскольку он служит изображением левого сдвига группы Q , порожденного матрицей $A \in Q$. Матрицы преобразований, индуцируемых автоморфизмом $\alpha_{\text{л}}$ в плоскостях $x_1=0, x_3=0$, получаются из матрицы автоморфизма $\alpha_{\text{л}}$ вычеркиванием строки и столбца, содержащих a_1, a_3 и имеют соответственно вид $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & a_1 \end{pmatrix}$, т. е. в плоскости $x_3=0$ автоморфизм $\alpha_{\text{л}}$ порождает гомотетию с коэффициентом a_1 , а плоскость $x_1=0$ под его действием преобразуется как бифлаговая плоскость. Если преобразование в плоскости $x_1=0$ отлично от гомотетии (т. е. $a_1 \neq a_3, a_2 \neq 0$), то кроме абсолютной прямой (оси x_2) в нем имеется еще одна неподвижная прямая, которая может совпасть с первой; она высекается из плоскости $x_1=0$ неподвижной при $\alpha_{\text{л}}$ плоскостью, проходящей через точки $O(0, 0, 0), I(1, 0, 1)$ и плоскости $\alpha(a_1, a_2, a_3)$. Коэффициенты гомотетий на этих неподвижных прямых равны собственным числам a_1 и a_3 матрицы A . Если $a_1 = a_3$, то плоскость $O\alpha$ пересекает плоскость $x_1=0$ по оси x_2 , и бифлаговое движение в плоскости $x_1=0$ представляет собой гомотетический сдвиг и имеет одну неподвижную прямую – ось x_2 . Если точка α коллинейна с O и I ($a_1 = a_3, a_2 = 0$), то проходящая через эти три точки плоскость не определена, и бифлаговое движение плоскости $x_1=0$ имеет однопараметрическое множество неподвижных прямых, т. е. представляют собой гомотетию (с коэффициентом $a_1 = a_3$).

Согласно изложенному биекцию движений бифлаговой плоскости $x_1=0$ на точки пространства Γ можно осуществить конструктивно без введения координат. Точка, соответствующая данному движению определяется в пересечении трех плоскостей:

1) Плоскости, проходящей через точку I и неподвижную прямую, отличную от оси x_2 (если такой прямой нет, то плоскость проходит через ось x_2 , а если их много – через любую из них);

2) Образа плоскости $x_1=1$ в гомотетии с коэффициентом a_1 ;

3) Образа плоскости $x_3=1$ в гомотетии с коэффициентом a_3 .

Аналогично левому сдвигу $\alpha_{\text{л}}$ имеем правый сдвиг $\alpha_{\text{п}}$, порожденный точкой α , и произведение $\alpha\beta$ точек α и β , тогда можно определить двояко:

$\alpha\beta = \alpha_{\text{л}}(\beta) = \beta_{\text{п}}(\alpha)$. Это определение можно распространить на умножение во всей алгебре A_3 , порождаемые точками плоскостей $x_1=0$ и $x_3=0$.

Правый сдвиг $\alpha_{\text{п}}$ пространства Γ^3 отвечающей точке $\alpha \in \Gamma$, оставляет на месте плоскости $x_1=0$ и $x_3=0$; в первой из них он порождает гомотетию с коэффициентом a_3 , а во второй - бифлаговое движение с нижней треугольной матрицей $\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & a_3 \end{pmatrix}$.

Соответствие между бифлаговыми движениями плоскостей $x_1=0$ и $x_3=0$, порождаемыми правым и левым сдвигами одной и той же точки из Γ (транспонирование верхних треугольных матриц в нижние) является антиизоморфизмом – произведение переходит в произведение с переставленными сомножителями. Изоморфизмом группы Q и группы нижних треугольных матриц будет транспонирование с последующим (или предшествующим) переходом к обратной матрице.

Левые (правые) сдвиги пространства Γ образуют группу, изоморфную группе Q . Эти группы действуют на Γ просто транзитивно; это следует из того факта, что левый/правый сдвиг однозначно определяется заданием точки, в которую он переводит единицу. Левые сдвиги коммутируют с правыми.

Отметим, что сложение точек в A_3 и умножение точек на числа можно интерпретировать следующим образом. Сумма точек альфа и бета $\alpha + \beta$ есть образ точки альфа/бета в переносе, переводящем O в бета (соответственно в альфа). Произведение $k \times \alpha$ числа k на точку α есть образ точки α в гомотетии с центром O и коэффициентом k .

Обращение. Переход к обратной матрице изображается в A_3 кременовой инволюцией ω : $x_1' = 1/x_1$, $x_2' = -x_2/x_1x_3$, $x_3' = 1/x_3$. Плоскости $x_1=k$ и $x_3=k$ переходят в ω в плоскости $x_1=1/k$ и $x_3=1/k$, т. е. в пучках плоскостей, параллельных плоскостям $x_1=0$ и $x_3=0$ ω индуцирует инволюции с двойными плоскостями $x_1=+1$, $x_1=-1$, и $x_3=+1$, $x_3=-1$. Легко проверить далее, что любую плоскость, проходящую через точки O и 1 , ω переводит в себя. Парные точки инволюции ω инцидентны, таким образом, соответствующим плоскостям трех проективных (двух инволюционных и одного тождественного) пучков. В общем случае кременово преобразование, определяемое посредством трех пар проективных пучков плоскостей, является кубическим - образом прямой общего положения служит пространственная кривая третьего порядка. Однако в нашем случае за счет специального расположения пучков относительно друг друга эта кривая всегда распадается на конику и прямую, параллельную оси x_2 в плоскости $x_1=x_3$, т. е. ω – квадратичная инволюция. Полагая $x_1=X_1/X_4$ ($I=1, 2, 3$), т.е. переходя к проективным координатам, получим формулы преобразования ω в виде:

$$X_1^1 : X_2^1 : X_3^1 : X_4^1 = X_3 X_4 : -X_2 X_4 : X_1 X_4 : X_1 X_3.$$

В пространстве A_3 точки плоскостей $x_1=0$ и $x_3=0$ не имеют образов в инволюции ω . Расширяя A_3 до проективного пространства P_3 , мы обеспечиваем образы в ω для каждой точки пространства, в том числе и для добавленных несобственных точек. Однако не для всех этих точек их образы в ω определяются однозначно. Точка $O(0,0,0)$ является F -точкой – ей соответствуют все точки несобственной плоскости $X_4=0$. Фундаментальными является также все несобственные точки плоскостей $X_1=0$ и $X_3=0$, т. е. точки абсолютных прямых пространства 1J_3 ; каждая такая точка «размножается» в P – прямую – точке F первой/второй абсолютной прямой отвечают в ω все точки с точкой пересечения плоскости $O1F$ со второй/первой абсолютной прямой. Пространство Γ , которое получается из P выбрасыванием всех F и P - точек инволюции ω , переходит под действием ω в себя взаимно однозначно.

Группа движений бифлаговой плоскости. Прямая $O1$ с выколотой точкой $O=\Gamma$ является нормальным делителем N_1 группы Γ . Левый/правый сдвиг любой его точки и инволюция ω оставляют эту прямую на месте, т. е. она замкнута относительно умножения и обращения, и, следовательно, является подгруппой. Левый/правый смежный класс точки α по подгруппе N_1 есть образ N_1 в левом/правом сдвиге, порожденном точкой α ; но поскольку α_l и α_p переводят O в O и I в α , то прямая $N_1=OI$ переходит в них в одну и ту же прямую $O\alpha$, т. е. левые и правые смежные классы по подгруппе N_1 совпадают (это – прямые через начало с выколотым началом), и N_1 – нормальный делитель в Γ . Больше того, для любой точки $\alpha \in N_1$ и только для таких точек $\alpha_l=\alpha_p$; это означает, что все точки из N_1 и только такие точки коммутируют со всеми точками из Γ , т. е. N_1 – центр группы Γ .

Отметим, что все точки, перестановочные с некоторой точкой $\alpha \in \Gamma$, могут быть определены как неподвижные точки преобразования $\alpha_p \alpha^1 = \alpha_l^1 \alpha_p$ или обратного ему преобразования $\alpha_p \alpha^1 = \alpha_l^1 \alpha_p$.

Умножая N_2 на произвольную точку α из Γ слева и справа, получим одну и ту же плоскость $\alpha N_2 = N_2 \alpha = \alpha_l(N_2) = \alpha_p(N_2)$ - плоскость $x_1=\alpha_1$, параллельную N_2 ; поэтому N_2 – инвариантная подгруппа в Γ . Множество смежных классов группы Γ по нормальному

делителю N_2 с умножением по правилу «произведение представителей есть представитель произведения», т. е. фактор группа Γ/N_2 представляет собой пучок плоскостей, параллельных N_2 (за исключением плоскости $x_1=0$). Подгруппа N_1 содержит точно по одному представителю из каждого смежного класса, т. е. факторгруппа Γ/N_2 изоморфна группе N_1 (мультипликативной группе вещественных чисел без нуля). Канонический гомоморфизм $\Gamma \rightarrow N_1$ представляет собой пучок плоскостей проектирование точек из Γ на прямую N_1 плоскостями, параллельными N_2 .

С другой стороны, факторгруппа Γ/N_1 изоморфна N_2 ; Γ/N_1 есть связка прямых через начало с выброшенными пучками плоскостей в плоскостях $x_1=0$ и $x_3=0$ (ниже такие оговорки, связанные с тем, что Γ принадлежит A_3 , мы будем опускать). Указанный изоморфизм есть сечение этой связки плоскостью N_2 , а проектирование точек из Γ на N_2 из точки O есть гомоморфизм Γ на N_2 с ядром N_1 .

Пусть $\alpha_1 \in N_1$, $\alpha_2 \in N_2$. Множества произведений $\alpha_1 N_2 = N_2 \alpha_1$ и $\alpha_2 N_1 = N_1 \alpha_2$, которым принадлежат произведения $\alpha_1 \alpha_2$ и $\alpha_2 \alpha_1$, т. е. смежные классы точек α_1 , α_2 соответственно по подгруппам N_2 , N_1 , пересекаются в единственной точке α . Это означает, что $\alpha_1 \alpha_2 = \alpha_2 \alpha_1 = \alpha$. Обратно, каждой точке $\alpha \in \Gamma$ можно поставить в соответствие пару ее образов $\alpha_1 \in N_1$, $\alpha_2 \in N_2$ при гомоморфизмах (проектированиях) $\Gamma \rightarrow N_1$, $\Gamma \rightarrow N_2$, причем $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 = \alpha_2 \alpha_1$. Следовательно, $\Gamma = N_1 \times N_2$, т. е. группа Γ есть прямое произведение мультипликативной группы вещественных чисел без нуля на группу аффинных преобразований прямой.

Пара плоскостей $x_1=+1$, $x_1=-1$ - нормальный делитель N_3 группы Γ . Смежные классы – пары плоскостей $x_1=+k$, $x_1=-k$. Факторгруппа Γ/N_3 изоморфна инвариантной подгруппе N_4 – полупрямой $O1$ (группе положительных вещественных чисел по умножению). Смежные классы по N_4 – лучи через начало. Факторгруппа Γ/N_4 изоморфна N_3 , и $\Gamma = N_3 \times N_4$.

Пара гиперболических цилиндров $x_1 x_3 = +1$, $x_1 x_3 = -1$ (единичная и мнимоединичная сферы в смысле псевдоизотропной геометрии), точки которых изображают эквивалентные преобразования бифлаговой плоскости, - нормальный делитель N_5 в Γ . Смежные классы – пары сфер $x_1 x_3 = +k$, $x_1 x_3 = -k$. Факторгруппа Γ/N_5 изоморфна N_4 , а Γ/N_4 изоморфна N_5 , и $\Gamma = N_4 \times N_5$. Проектирование лучами из нуля есть изоморфизм N_3 на N_5 .

Сфера $x_1 x_3 = 1$ – нормальный делитель, факторгруппа по которому изоморфна вещественным числам по умножению группе – подгруппе $x_1=1$, $x_2=0$ (эта подгруппа не является нормальным делителем – ее левые смежные классы – связка параллельных прямых, а правые – гиперболическая линейная конгруэнция, директрисами которой служат ось x_1 и несобственная прямая плоскости $x_1=0$).

Плоскости, несущие подалгебры двойных чисел, являются подгруппами в Γ . Левые/правые смежные классы по такой подгруппе – плоскости, инцидентные линии пересечения подгруппы с плоскостью $x_1=0$ ($x_3=0$). Плоскость $x_1-x_3=0$ дуальных чисел (или гомотетических сдвигов бифлаговой плоскости) является нормальным делителем в Γ . Факторгруппа – пучок плоскостей через ось x_2 – изоморфна подгруппе $x_1=1$, $x_2=0$.

Гомотетические сдвиги и гомотетические сдвиги с отражениями заполняют пару плоскостей $x_1+x_3=0$ и $x_1-x_3=0$ – нормальный делитель в Γ . Смежные классы – пары плоскостей через ось x_2 , гармонически сопряженные относительно пары $x_1=0$, $x_3=0$. Факторгруппа изоморфна полупрямой $x_1=1$, $x_2=0$, x_3 – больше нуля.

Прямая $x_1=1$, $x_3=1$, точки которой отвечают сдвигам бифлаговой плоскости, является коммутантом K группы Γ (т. е. минимальной подгруппой, содержащей коммутаторы $\alpha\beta\alpha^{-1}\beta^{-1}$ всех пар элементов из Γ). Группа K изоморфизм аддитивной группе вещественных чисел. Факторгруппа Γ/K – связка сильно изотропных прямых – изоморфна мультипликативной группе двойных чисел без делителей нуля. Коммутантом группы K

в свою очередь служит подгруппа, состоящая из одной единицы, и поскольку ряд Γ , K , I , в котором каждая следующая группа является коммутантом предыдущей, оканчивается единицей, то Γ – разрешимая группа.

Четверка прямых $x_1=+1$, $x_1=-1$, $x_3=+1$, $x_3=-1$ также является нормальным делителем N_6 группы Γ . Смежные классы группы Γ по подгруппе N_6 – четверки сильно изотропных прямых, переходящие в себя при отражениях при отражениях относительно оси x_2 и плоскостей $x_1=0$ и $x_3=0$. Факторгруппа Γ/N_6 изоморфна связкой группе двойных чисел по умножению (изоморфизм – сечение).

Отметим, что в подгруппе N_6 содержатся все инволюции группы Γ . Это означает, что инволюции не порождают всей группы Γ , или, другими словами, что произвольное движение бифлаговой плоскости не может быть представлено как произведение симметрий.

Нормальным делителем в Γ является максимальная связная подгруппа N_7 , для которой x_1 больше нуля, x_3 больше нуля; факторгруппа Γ/N_7 изоморфна группе, состоящей из четырех точек $1, -1, e, -e$ – так называемой группе Клейна.

Библиографический список

1. Ван Дер Варден Б.Н. Алгебра. М.: 1976.
2. Дъедонне К. Линейная алгебра и элементарная геометрия. М.: 1972.
3. Калужнин Л.А. Введение в общую алгебру. М.: 1973.
4. Понтрягин Л.С. Непрерывные группы. М.: 1973

УДК 338.4

ИННОВАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В ИНЖЕНЕРНОМ ОБРАЗОВАНИИ

ШАНГИНА Е. И.¹, СИРАЗУТДИНОВА Н. Б.¹, ДЕНИСОВА М. В.¹

¹Уральский государственный горный университет

Аннотация. В статье проанализированы формы и виды инноваций в образовании, причины отсутствия инновационных процессов в университете, возникающие при внедрении инноваций, выявлены инновационные подходы к содержанию образования, процессу обучения студентов в техническом вузе. Рассмотрены различные аспекты готовности научно-педагогического работника к инновационной деятельности с учетом современных приоритетов инженерного образования. Предложен вариант инновационных преобразований в сфере метро-графического образования.

Ключевые слова: Инновация в образовании, инновационные технологии в образовании, различные виды инноваций, интеграционные процессы в инженерном образовании.

INNOVATIVE PROCESSES IN ENGINEERING EDUCATION

SHANGINA E. I.¹, SIRAZUTDINOVA N. B.¹, DENISOVA M. V.¹

¹Ural state mining University

Abstract. The article analyzes the forms and types of innovations in education, the reasons for the lack of innovative processes in the University that arise when introducing innovations, and identifies innovative approaches to the content of education and the process of teaching students at the Technical University. Various aspects of the readiness of a scientific and pedagogical worker for in-